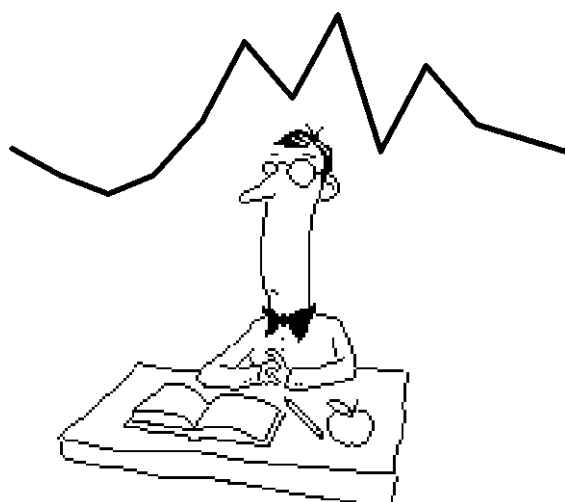


8^{3º} ESO

A la izquierda, nadie me quiere,
a la derecha, ¡quién me quiere!
De un lado ni entro ni salgo
y del otro mucho valgo

Refranero



Funciones

ÍNDICE:

1. FUNCIONES
2. FORMAS DE EXPRESAR UNA FUNCIÓN
3. PROPIEDADES

Cordel

Usar gráficas del tema para explicar

1. FUNCIONES

VARIABLE

Expresión numérica que varía. Es lo contrario de una constante.

Variables: la duración del día, nuestra edad, la temperatura, la presión atmosférica.

Constantes: la ebullición del agua, el número π , la duración del año solar.

En sentido físico es una magnitud; es decir, todo aquello que se puede medir.

Toda magnitud tiene una unidad que es la cantidad de ella que tomamos como referencia.

En los ejemplos anteriores: horas, años, grados, atmósferas o milibares.

- Es una expresión numérica que varía. Por lo tanto, es lo contrario de una constante.

Completa las frases de la siguiente tabla.

<ul style="list-style-type: none">• Tu edad es...• El coste de una llamada telefónica es ...• La duración de la noche es ...• La presión atmosférica es una ...• La superficie de un cuadrado...	una variable y depende de ...	<ul style="list-style-type: none">• el año en que estemos••••
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Sin embargo:

<ul style="list-style-type: none">• La ebullición del agua• El número π• El nivel del mar en Alicante• La duración del año	es una constante y su valor es...	<ul style="list-style-type: none">• 100 °C•••
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------

FUNCIÓN

Expresa la relación de dependencia que establecemos o existe entre dos variables que intervienen en un fenómeno.

Por ejemplo, relación de dependencia entre el lado de un cuadrado y su superficie:

Lado	1	2	3	4	5
Superficie	1	4	9	16	25

Otro ejemplo, la relación entre el peso y la elongación de un muelle.

Fotocopias a 0'03€ la copia.

Regalo de 12€ que hacen entre varios amigos. Cuota a pagar según el número de amigos.

La relación entre la superficie de un rectángulo y la base para un perímetro fijo.

Llamaremos variable independiente a la que tomamos como referencia. La representaremos por la letra x .

Llamaremos variable dependiente a la variable que depende de los valores de la independiente.

$$y = f(x)$$

Expresa la relación de dependencia y se lee "y es función de x"
Redactar todo esto según los ejemplos anteriores.

y	es función de	x
• El coste de una llamada telefónica.		• la duración de la misma.
• El precio de una bolsa de naranjas.		•
• La duración de la noche		•
• La presión atmosférica		•

Ejercicio.— En las siguientes situaciones escribe debajo de cada variable si se trata de dependiente o independiente.

Fenómeno de estudio	Variable...	Variable...
Reponer combustible en el coche	Litros de gasolina que echo Variable	El precio del combustible Variable
La superficie de un círculo que dibujo	La superficie	El radio del círculo
Arreglo casero	El coste de la reparación	Las horas de trabajo

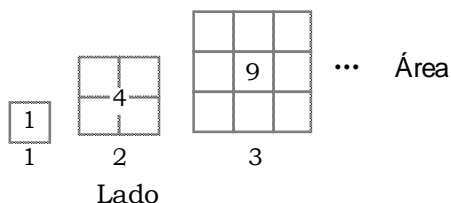
2. FORMAS DE EXPRESAR UNA FUNCIÓN

TABLA

Registro de pares de valores relacionados.

Ejemplos de antes.

Por ejemplo, el área de un cuadrado varía de esta forma según la longitud de su lado:

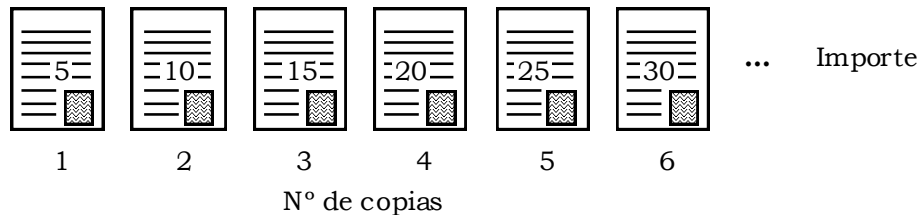


Si lo recogemos en una tabla quedaría de esta manera:

lado	área
x (m)	y(m ²)
0	0
1	1
2	4
3	
4	

El área de un cuadrado depende de su base. Dicho de otra manera el área del cuadrado está en función de lo que valga su base. Y tanto el área del cuadrado como la base son dos variables.

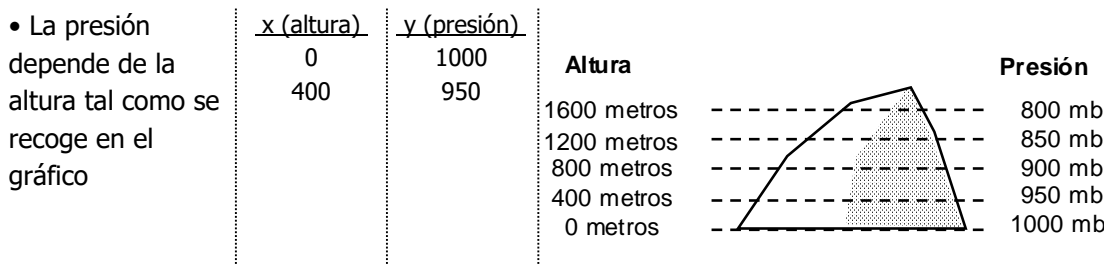
Otro ejemplo: El importe de un nº de fotocopias (a 5 Pts la copia).



nº de copias	importe
x (unidades)	y (pts)
0	0
1	5
2	10
3	
4	

El importe de las fotocopias depende del nº de fotocopias hechas. Y la tabla recoge dicha relación. De igual modo ahora el nº de copias es variable y el precio de las mismas también.

• Completa la tabla siguiente según la gráfica:



- El coste de una llamada telefónica es de 15 Pts el establecimiento de llamada y a 5 Pts el minuto. Según estos datos completa la tabla de la derecha con 4 valores más.

x (tiempo)

0

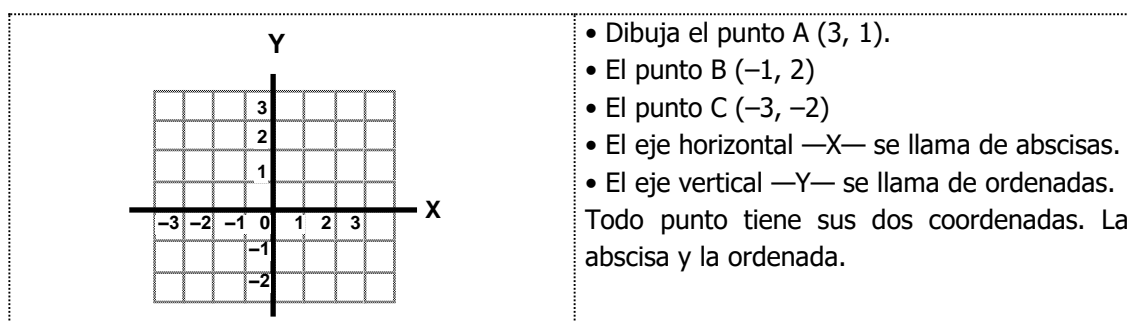
y (coste)

15

GRÁFICA

Ejes cartesianos

- Pareja de rectas numéricas perpendiculares con origen común que se utilizan como referencia en el plano. Por ejemplo,



Primero se da la coordena X —horizontal— y después la coordenada Y —vertical—

El eje X se ordena de izda a dcha. Y el eje Y de abajo arriba. El cero es el mismo para los dos ejes y se llama origen de coordenadas.

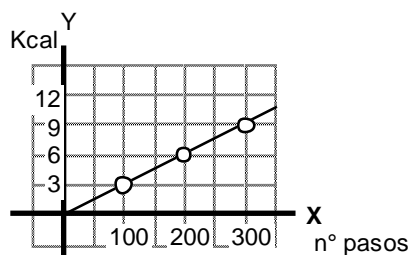
Gráfica de una función

- El segundo método para expresar la variación de una variable con respecto a otra es la gráfica. Para ello basta representar las parejas de números relacionadas, recogidos en la tabla, en los ejes de coordenadas.

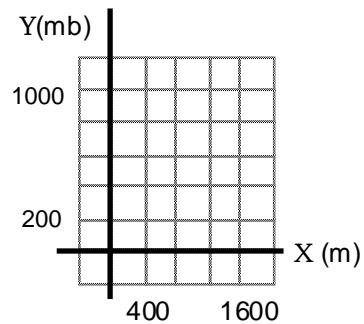
Ejemplos. Gráficas anteriores.

Por ejemplo, cada 100 pasos consumimos 3 Kilocalorias, ésta es la gráfica que relaciona los pasos dados andando con las kilocalorías consumidas. La gráfica la sacamos de la información de su tabla.

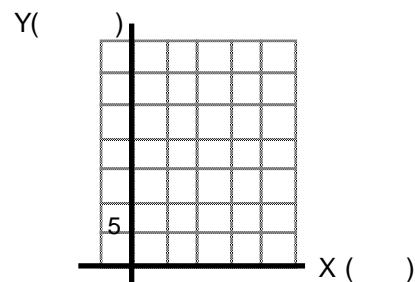
x (p)	y(Kcal)
100	3
200	6
300	9
400	12
500	15



Representa ahora tú a la derecha, la función que relaciona la presión con la altura según la tabla de valores de más arriba



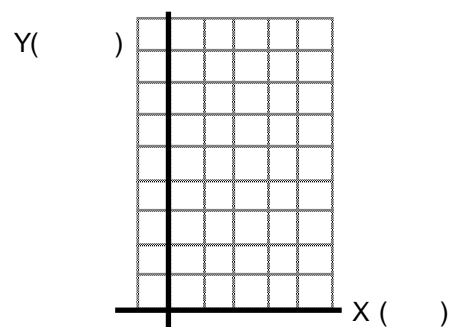
Haz la gráfica que relaciona el precio de una llamada telefónica con la duración de la misma. Escribe en cada eje entre paréntesis la unidad que vamos a utilizar.



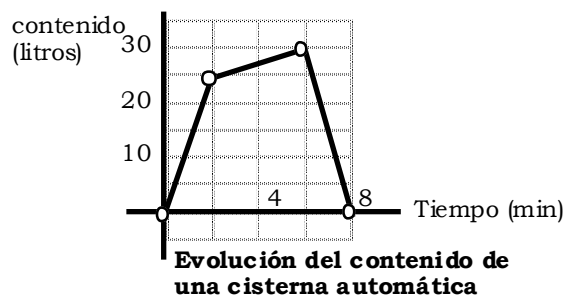
Haz la gráfica que relaciona el área de un cuadrado—x— con el lado del mismo—y—.

Utiliza tan sólo los valores recogidos en la tabla de la derecha.

x	y
0	0
1	1
2	4
3	9



Ahora con los puntos señalados en la siguiente gráfica construye una tabla a la derecha, que relacione ambas variables. Responde antes a las preguntas



Variable X:

Unidad:

Variable Y:

Unidad:

x y

FÓRMULA DE UNA FUNCIÓN

• Por último la forma más breve, sencilla y útil de definir la relación entre dos variables es dar su fórmula.

La fórmula es la relación numérica que existe entre las dos variables.

$$y = f(x)$$

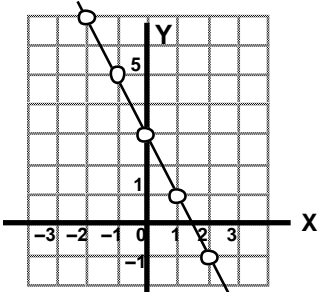
Esto significa "y es función de x"

$y = x^2$ es la fórmula que relaciona el área de un cuadrado con su lado.

Las fotocopias son a 0,03 €. Expresa la fórmula que relaciona el nº de fotocopias —x— con el precio—y—

Para obtener la tabla de la función a partir de una fórmula se hace dando valores a la primera variable. Es decir, a la **x**, después se calculan con la fórmula los correspondientes de la **y**. La gráfica se obtiene de nuevo a partir de los puntos de la tabla.

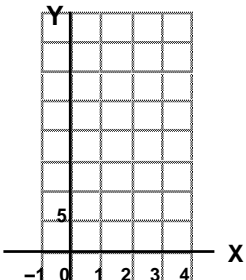
Por ejemplo, vamos a obtener una tabla a partir de la fórmula siguiente:

Fórmula:	Tabla:		Cálculo:	Gráfica:
$y = -2x + 3$	<u>x</u>	<u>y</u>		
	-2	7	$y = -2(-2) + 3 = 7$	
	-1	5	$y = -2(-1) + 3 = 5$	
	0	3	$y = -2 \cdot 0 + 3 = 3$	
	1	1	$y = -2 \cdot 1 + 3 = 1$	
	2	-1	$y = -2 \cdot 2 + 3 = -1$	

Ejemplo:

Periodo del péndulo en función de la longitud. $y = 2\sqrt{x}$

Ejercicio.— El precio de una llamada telefónica son 15 Pts por establecimiento de llamada y 5 pts el minuto de conversación. Expresa la fórmula que relaciona ambas cosas. Y luego construye una tabla con 5 valores a partir de la fórmula.

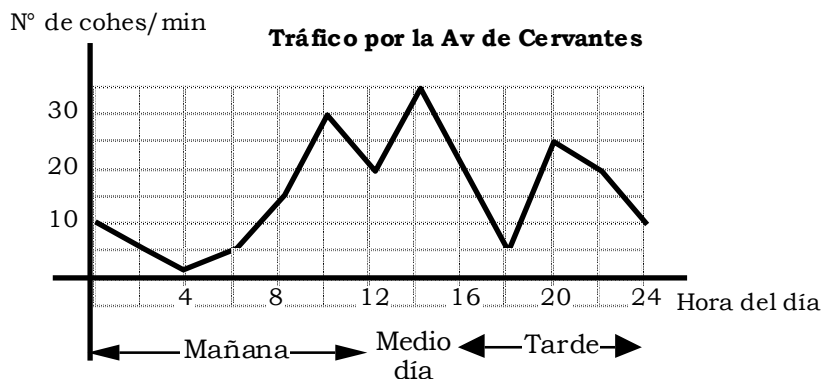
Fórmula:	Tabla:		Cálculo:	Gráfica:
	<u>x</u>	<u>y</u>		
	0		$y =$	
	1		$y =$	
	2		$y =$	
	3		$y =$	
	4		$y =$	

3. PROPIEDADES

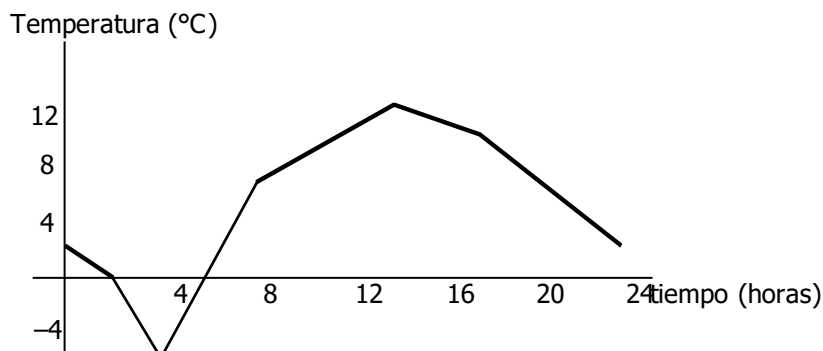
• Vamos a comentar los aspectos más sobresalientes de una función a la vista de su gráfica:

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

• Como indica su nombre son los valores extremos que toma la función. Pueden ser absolutos, si lo son de toda la gráfica; o bien, relativos si lo son de una zona o entorno solamente.



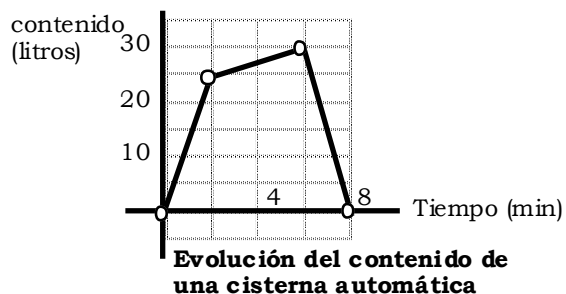
- Máximo absoluto: A las 14 horas con 35 coches/min
- Mínimo absoluto: A las 4 horas con 2.5 coches/min
- Máximo relativo (de la mañana):
- Máximo relativo (de la tarde):
- Mínimo relativo (de la mañana):
- Mínimo relativo (de la tarde):



CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

- Se dice que una función crece si aumenta. Se dice que decrece si disminuye. A los valores en que ocurre esto se les llama intervalos de crecimiento o decrecimiento.
- En el ejemplo anterior:
- Son intervalos de crecimiento: Es decir, que aumenta el tráfico de 4 a 10 horas. Que abreviadamente se pone $[4, 10]$
 $[12, 14]$
 $[18, 20]$
- Son intervalos de decrecimiento: Es decir, que disminuye el tráfico de 0 a 4 horas. $[0, 4]$
 $[10, 12]$
 $[14, 18]$
 $[20, 24]$

PERIODICIDAD



Variable X:

Unidad:

Variable Y:

Unidad:

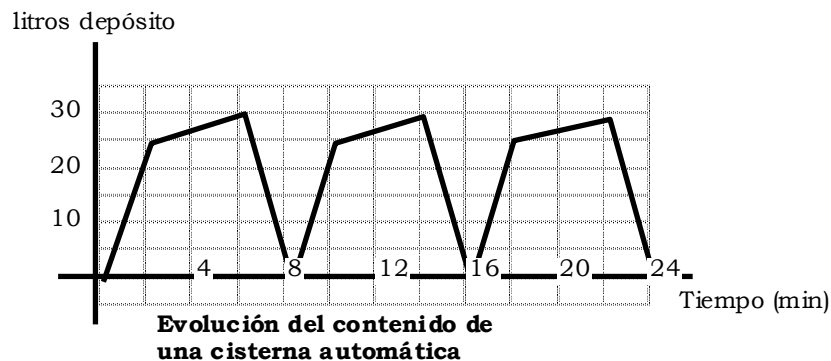
 x y

¿Cuánto tiempo tarda en llenarse?

¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse?

• Hay funciones que repiten sus valores después de un intervalo determinado. A dicho intervalo se le llama periodo de la función.

Por ejemplo, el contenido de una cisterna automática.



El periodo completo de la cisterna es de

La altura que alcanza una cabina de una noria tomando como altura 0 el punto de partida.

CONTINUIDAD

Una función se dice continua si se puede dibujar su gráfica sin levantar el lápiz del papel.

Puede ser discontinua por dos motivos:

1. Sólo toma valores aislados. Por ejemplo, el caso del precio de las fotocopias.
2. Tiene saltos o discontinuidades. Por ejemplo, el precio de una llamada telefónica.

TENDENCIA

Son los valores a los que tiende la función; es decir, a los que se va aproximando indefinidamente.

Por ejemplo, la temperatura de un recipiente de agua hirviendo que dejamos en una habitación a 20°C. Tenderá su temperatura a 20°C.